RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Seduta del 2 aprile 1911.

Presidenza del Socio anziano G. Strüver.

MEMORIE E NOTE
DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Matematica. — *Sopra alcune omografie dello spazio funzionale.* Nota del Socio S. Pincherle.

1. Sia una successione di funzioni reali continue di una variabile reale x, date nell'intervallo ab $(a \leq x \leq b)$:

$$(\alpha) \qquad \alpha_1(x) , \alpha_2(x) , \dots \alpha_n(x) , \dots$$

Indico con S_α l'insieme delle funzioni rappresentate da serie della forma:

$$(1) \qquad k_1 \alpha_1 + k_2 \alpha_2 + \cdots + k_n \alpha_n + \cdots ,$$

dove le $k_1 , k_2 , \dots$ sono costanti reali, prese in modo:

a) che Σk_n^2 sia convergente;

b) che la serie (1) converga uniformemente nell'intervallo ab.

Dirò (k) l'insieme delle successioni di numeri che verificano le condizioni precedenti *a*) e *b*). L'insieme S_α è evidentemente uno spazio lineare, poichè vi appartengono tutte le combinazioni lineari di un numero finito di elementi di quello spazio; come pure è lineare l'insieme (k).

2. Sia una seconda successione di funzioni reali continue della variabile reale y, date nell'intervallo $a \leq y \leq b$:

$$(\beta) \qquad \beta_1(y) , \beta_2(y) , \dots \beta_n(y) , \dots ;$$

per queste si definisca nello stesso modo lo spazio lineare S_β delle serie

$$(2) \qquad h_1 \beta_1 + h_2 \beta_2 + \cdots + h_n \beta_n + \cdots$$

soggette alle medesime condizioni, e sia (h) l'insieme delle relative successioni di coefficienti $h_1, h_2, \ldots, h_n, \ldots$

Il sistema (β) si dirà *associato* ad (α) quando siano verificate le condizioni:

$$\int_a^b \alpha_m(x)\,\beta_n(x)\,dx = \begin{cases} 0 & \text{per } m \neq n \\ 1 & \text{» } m = n, \end{cases} \qquad (m, n = 1, 2, 3, \ldots). \tag{3}$$

Le successioni associate, di cui i sistemi ortogonali normali costituiscono un caso particolare tanto importante e in questi ultimi tempi tanto frequentemente considerato, presentano interessanti applicazioni nelle questioni di calcolo funzionale, in ispecie nello studio delle operazioni integrali. Proponendomi di discorrerne più diffusamente in altro lavoro, mi limito qui a farne uso in un caso speciale che dà esempio assai perspicuo delle due specie di degenerescenza che possono presentare le operazioni lineari od omografie in uno spazio ad un numero infinito di dimensioni.

3. Consideriamo la funzione di due variabili:

$$\mathrm{K}(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n(x)\,(c'_n\,\beta_n(y) + c_n\,\beta_{n+1}(y)). \tag{4}$$

Qui le variabili reali x, y variano nell'intervallo J $(a \leq x \leq b,\ a \leq y \leq b)$; le costanti c_n, che si supporranno diverse da zero, e le c'_n sono prese in modo da verificare le tre seguenti condizioni:

a) esse rendano la serie del secondo membro di (4) convergente uniformemente rispetto ad x ed y in tutto l'intervallo J;

b) se $k_1, k_2, \ldots$ appartiene a (k), vi appartengano anche $c_1 k_1, c_2 k_2, \ldots$, e $c'_1 k_1, c'_2 k_2, \ldots$;

c) la successione $\dfrac{c'_1\,c'_2 \ldots c'_n}{c_1\,c_2 \ldots c_n}$ $(n = 1, 2, \ldots)$ appartenga a (k).

Mediante la funzione (4), assunta come nucleo, si possono definire le due operazioni integrali associate:

$$\mathrm{A}(\varphi) = \int_a^b \mathrm{K}(x, y)\,\varphi(y)\,dy \quad , \quad \overline{\mathrm{A}}(\varphi) = \int_a^b \mathrm{K}(x, y)\,\varphi(x)\,dx \tag{5}$$

per ogni funzione integrabile $\varphi(x)$ data nell'intervallo ab; in particolare, per ogni elemento di S_α o di S_β.

4. Applicando le A agli elementi di (α), si ottiene:

$$\mathrm{A}(\alpha_n) = c'_n\,\alpha_n + c_{n-1}\,\alpha_{n-1}; \tag{6}$$

applicando la $\overline{A}$ agli elementi di (β), si ottiene:

$$\overline{A}(\beta_n) = c'_n \beta_n + c_n \beta_{n+1}. \tag{7}$$

Le (6) e (7) sono le equazioni di definizione di due omografie, rispettivamente nello spazio S_α e nello spazio S_β.

Se si applica la A ad un elemento

$$\varphi = \sum_{(n)} k_n \alpha_n$$

di S_α, si ottiene:

$$A(\varphi) = \sum_{(n)} (c'_n k_n + c_n k_{n+1}) \alpha_n; \tag{8}$$

se si applica la $\overline{A}$ ad un elemento

$$\psi = \sum_{(n)} h_n \beta_n$$

di S_β, si ottiene:

$$\overline{A}(\psi) = \sum_{(n)} (c'_n h_n + c_{n-1} h_{n-1}) \beta_n \tag{9}$$

e per l'ipotesi *b*) del § 3, $A(\varphi)$ ed $\overline{A}(\psi)$ appartengono rispettivamente ad S_α ed S_β.

5. L'operazione A ammette radici nello spazio S_α. Infatti, se poniamo

$$c'_n q_n + c_n q_{n+1} = 0 \qquad (n = 1, 2, 3, \ldots) \tag{10}$$

ne viene da (8) che l'elemento

$$\omega_0 = q_1 \alpha_1 + q_2 \alpha_2 + \cdots + q_n \alpha_n + \cdots,$$

dà

$$A(\omega_0) = 0; \tag{11}$$

e poichè si ha dalle (10):

$$q_n = (-1)^{n-1} q_1 \frac{c'_1 c'_2 \ldots c'_{n-1}}{c_1 c_2 \ldots c_{n-1}}, \tag{12}$$

ne segue per l'ipotesi *c*) del § 3, che questa radice ω_0 appartiene effettivamente ad S_α.

Nel caso in cui il sistema (α) sia tale che un elemento (1) di S_α non possa essere nullo se non ne sono nulli tutti i coefficienti k_n, la radice ω_0 è unica per A in S_α, all'infuori del moltiplicatore costante q_1.

6. Risolvendo il sistema

$$c'_n k_n + c_n k_{n+1} = \begin{cases} 0 & \text{per } n \neq m \\ 1 & \text{» } n = m, \end{cases} \tag{13}$$

si ottiene la soluzione particolare

$$k_1 = 0 \ , \ \dots \ k_m = 0 \ , \ k_{m+1} = \frac{1}{c_m} \ ,$$

$$k_{m+2} = -\frac{c'_{m+1}}{c_m \, c_{m+1}} \ , \ \dots \ k_{m+n} = (-1) \frac{c'_{m+1} \dots c'_{m+n-1}}{c_m \, c_{m+1} \dots c_{m+n-1}} \ ,$$

e da queste e dalle (10)-(12) la soluzione generale

$$k'_n = k_n + q_n \, .$$

L'elemento

$$\omega_m = \frac{1}{c_m} \alpha_{m+1} - \frac{c'_{m+1}}{c_m \, c_{m+1}} \alpha_{m+2} + \dots \tag{14}$$

soddisfa all'equazione in φ

$$\mathrm{A}(\varphi) = \alpha_m \, , \tag{15}$$

cui soddisfa pure $\omega_m + c\omega_0$ (c costante arbitraria), e questa ultima è la soluzione più generale di (15) nell'ipotesi fatta alla fine del § precedente. L'elemento ω_m appartiene ad S_α, come risulta subito dalle ipotesi del § 3.

7. Dai due §§ precedenti risulta che l'omografia A presenta quella degenerescenza che ho chiamata di prima classe [1]: essa ammette cioè radice in S_α, ma è invertibile in S_α nel senso che qualunque elemento della base (α) di questo spazio si può generare applicando l'operazione A ad un elemento dello spazio medesimo.

8. Consideriamo ora l'effetto della $\overline{\mathrm{A}}$ applicata ad un elemento ψ di S_β. Si ha, se è $\psi = \Sigma h_n \beta_n$, dalla (9):

$$\overline{\mathrm{A}}(\psi) = \sum_{(n)} g_n \beta_n \quad , \quad g_n = c'_n \, h_n + c_{n-1} \, h_{n-1} \, .$$

Ora, poichè la g_n appartiene ad (h), e quindi Σg_n^2 è convergente, ed è anche convergente Σq_n^2, dove q_n è data dalla (12), ne segue, come è ben noto, la convergenza di $\Sigma q_n g_n$. Ma si ha immediatamente

$$q_1 g_1 + q_2 g_2 + \dots + q_n g_n = (-1)^n \frac{c'_1 \, c'_2 \dots c'_{n-1} \, c'_n}{c_1 \, c_2 \dots c_{n-1}} \, ;$$

onde

$$\sum_{(n)} q_n g_n = \lim_{n=\infty} (-1)^n \frac{c'_1 \, c'_2 \dots c'_n}{c_1 \, c_2 \dots c_{n-1}} g_n \, .$$

[1] Rendic. dell'Istituto Lombardo, 15 luglio 1897; Pincherle e Amaldi, *Le operazioni distributive*, pag. 444 (Bologna, Zanichelli, 1901); Hadamard, *La série de Taylor*, pag. 80 (Paris, Naud, 1901).

Ma per l'ipotesi *c*) del § 3, è

$$\lim_{n=\infty} g_n \frac{c'_1 c'_2 \dots c'_{n-1}}{c_1 c_2 \dots c_{n-1}} = 0 :$$

e quindi, per l'ipotesi *b*) del medesimo §, è anche

$$\lim_{n=\infty} g_n \frac{c'_1 c'_2 \dots c'_n}{c_1 c_2 \dots c_{n-1}} = 0 .$$

Dunque si ha

$$\sum_{(n)} q_n g_n = 0 . \tag{16}$$

Talchè l'operazione $\overline{A}$, applicata allo spazio S_β, non riproduce elementi arbitrarî di questo spazio, ma solo elementi tali che i loro coefficienti $g_1, g_2, \dots$ soddisfino alla relazione (16). Secondo una nomenclatura geometrica che ho usata in varie circostanze, gli elementi $\overline{A}(\psi)$ appartengono ad un determinato *piano funzionale*. Per il suo carattere, la proprietà degli elementi $\overline{A}(\psi)$ è logicamente analoga alla divisibilità [1].

D'altra parte, la $\overline{A}$ non ammette necessariamente radici in S_β. Così, se il sistema (β) è tale che un elemento (2) di S_β non possa essere nullo se non sono nulli tutti i coefficienti h_n, l'operazione $\overline{A}$ è priva di radici non identicamente nulle, poichè l'equazione

$$\overline{A}(\psi) = 0$$

porta al sistema

$$c'_n h_n + c_{n-1} h_{n-1} = 0 , \qquad (n = 1 , 2 , \dots)$$

che dà tutte le h_n uguali a zero.

9. Risulta dal § precedente che l'omografia $\overline{A}$ dà esempio di quella degenerescenza che ho detta di seconda classe: non ammette radici in S_β, ma applicata ad S_β non riproduce tutto lo spazio S_β, bensì solo una parte di esso.

10. Nel caso che uno dei coefficienti c'_n sia nullo, per esempio $c'_1 = 0$, i due fatti ora notati si presentano nel modo più semplice. Infatti α_1 è radice per l'operazione A, mentre l'operazione $\overline{A}$ è tale da produrre quei soli elementi di S_β in cui manca il termine in β_1.

11. Per brevità di discorso si è ammessa la continuità della (α) e delle (β) e la convergenza uniforme delle serie di S_α ed S_β. Non vi è difficoltà a porre condizioni meno restrittive; basta la semplice integrabilità, nel senso di Lebesgue, per le funzioni, e la integrabilità termine a termine per le serie; si lasciano al lettore le facili modificazioni.

[1] V. la mia Nota nei Rendiconti dell'Accad. di Bologna, 8 maggio 1910.

12. In un recente lavoro (1), sintesi accurata e ricca di interessanti considerazioni sulla teoria delle matrici infinite secondo le idee di Hilbert, i signori Hellinger e Toeplitz dànno alcune proposizioni di carattere formale (2) relative alle equazioni simboliche

$$\mathfrak{A}\mathfrak{B} = \mathfrak{J} \quad , \quad \mathfrak{C}\mathfrak{A} = \mathfrak{J},$$

dove $\mathfrak{A}$ è una matrice data, $\mathfrak{J}$ è la matrice unità, $\mathfrak{B}$ ed $\mathfrak{C}$ sono matrici da determinarsi; tutte da supporsi limitate (*beschränkt*) nel senso di Hilbert. Quando esistono tali matrici $\mathfrak{B}$, $\mathfrak{C}$, la prima si dice reciproca a destra, la seconda reciproca a sinistra di $\mathfrak{A}$. Gli autori citati osservano che mentre per le matrici finite sono possibili solo i due casi seguenti:

1) esiste un'unica reciproca a destra e un'unica reciproca a sinistra, fra loro coincidenti;

2) non esiste reciproca nè a destra, nè a sinistra;

invece per le matrici finite limitate sono possibili anche gli altri due casi:

3) la reciproca a destra è indeterminata, la reciproca a sinistra non esiste;

4) la reciproca a sinistra è indeterminata, la reciproca a destra non esiste.

Ora, i due casi 3) e 4), particolari alle matrici infinite, corrispondono precisamente alla degenerescenza di prima e di seconda classe che ho notate nelle omografie di uno spazio ad infinite dimensioni. A persuadersene, basta osservare che in uno spazio S_∞ la cui base sia la successione $\alpha_1, \alpha_2, \ldots \alpha_n, \ldots$, un'omografia A è definita da

$$A(\alpha_n) = a_{1n}\alpha_1 + a_{2n}\alpha_2 + \cdots + a_{rn}\alpha_n + \cdots;$$

le si può fare corrispondere la matrice

$$\begin{Bmatrix} a_{11} & a_{12} \ldots a_{1n} \ldots \\ a_{21} & a_{22} \ldots a_{2n} \ldots \\ \ldots & \ldots \end{Bmatrix}$$

e alla somma ed al prodotto di due operazioni corrispondono, come si verifica subito, la somma ed il prodotto delle matrici corrispondenti.

Se allora siamo nel caso 3) di Hellinger e Toeplitz, abbiamo, indicando con 1 l'operazione identica, almeno due distinte operazioni X, X′ tali che

$$AX = 1 \quad , \quad AX' = 1$$

onde

$$A(X - X') = 0;$$

(1) *Grundlagen für eine Theorie der unendlichen Matrizen* (Math. Ann., Bd. 69, pag. 289, 1910).

(2) Loc. cit., pp. 311-312.

l'operazione A ammette dunque radici, pure essendo qualunque elemento dello spazio raggiungibile coll'operazione A: A è dunque degenere di prima classe. Mentre se siamo nel caso 4), abbiamo per due operazioni distinte Y, Y':

$$YA = 1 \quad , \quad Y'A = 1,$$

onde

$$(Y - Y')A = 0;$$

l'operazione $Y - Y'$, non nulla in S_α per ipotesi, dà dunque per risultato lo zero se applicata a qualunque elemento $A(\alpha)$; $A(\alpha)$ non può essere dunque che una parte di S_α, pur non avendosi radici. $\bar{A}$ è quindi degenere di seconda classe.

Per le operazioni A ed $\bar{A}$ studiate nella presente Nota, troviamo come matrice corrispondente ad A la seguente:

$$\begin{pmatrix} c'_1 & c_1 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & c'_2 & c_2 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & c'_3 & c_3 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{pmatrix}$$

Se si vuole la matrice reciproca a destra, si ha da risolvere il sistema (13), che ne pone in luce l'indeterminazione; mentre se si cerca la reciproca a sinistra, si ha da risolvere il sistema

$$c'_n k_n + c_{n-1} k_{n-1} = \begin{cases} 0 & \text{per } n \neq m \\ 1 & \text{» } n = m \end{cases}$$

il quale dà in generale una successione k_n non appartenente a (k); naturalmente l'inverso accade per $\bar{A}$.

Matematica. — *Sopra le funzioni permutabili di 2ª specie e le equazioni integrali.* Nota del Socio Vito Volterra.

Zoologia. — *Intorno ai Protozoi dei Termitidi.* Nota preliminare del Socio B. Grassi.

Le Note precedenti saranno pubblicate nel prossimo fascicolo.

Matematica. — *L'equazione integrale di Volterra della seconda specie con un limite dell'integrale infinito.* Nota del dott. G. C. Evans, presentata dal Corrisp. G. Lauricella.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

Meccanica. — *Sulla biforcazione di una vena liquida* (1). Nota II di U. Cisotti, presentata dal Socio T. Levi-Civita.

6. — Azione della vena sopra il profilo rigido.

Designi $d\gamma$ un elemento di profilo rigido γ, θ l'angolo che forma con l'asse x la normale a $d\gamma$, volta verso l'interno del campo A. La risultante delle pressioni subite dagli elementi di contorno avrà per componenti

$$R_x = -\int_\gamma p \cos\theta \, d\gamma \quad , \quad R_y = -\int_\gamma p \operatorname{sen}\theta \, d\gamma .$$

Queste relazioni si possono compendiare in

$$\mathfrak{R} = R_x + i R_y = -\int_\gamma p e^{i\theta} \, d\gamma .$$

Ora il contorno γ confina con A lungo $\varpi_1 + \varpi_2$ e con B nella parte rimanente. Se si nota [cfr. n. 2] che quivi è $p = p_0$, si avrà per la (3),

$$\mathfrak{R} = -p_0 \int_\gamma e^{i\theta} \, d\gamma - \frac{1}{2} \int_{\varpi_1+\varpi_2} (1 - V^2) \, e^{i\theta} \, d\varpi .$$

Essendo identicamente nullo il primo integrale, si ha in definitiva

$$\mathfrak{R} = -\frac{1}{2} \int_{\varpi_1+\varpi_2} (1 - V^2) \, e^{i\theta} \, d\varpi . \tag{22}$$

Questa relazione mostra che $\mathfrak{R}$ *dipende esclusivamente dallo stato di moto in* ϖ_1 e ϖ_2 (2).

Considero ora tre sezioni trasversali delle vene: a monte e a valle di γ, a distanze convenientemente grandi da γ, che chiamo rispettivamente $\sigma, \sigma_1, \sigma_2$. Per quanto si è visto [n. 2] è a ritenersi che h, h_1, h_2 sieno le rispettive larghezze di queste vene in dette sezioni.

Si tratta di valutare $\mathfrak{R}$.

(1) Vedi Nota I, a pag. 314 (seduta del 5 marzo 1911).

(2) Cfr. Levi-Civita, loc. cit., pag. 19.

Giova a tal uopo prendere le mosse da una immediata conseguenza del lemma di Green [1]. *Se $\varphi(x, y)$ è una funzione uniforme, armonica e regolare in un campo limitato da una linea chiusa s (o più generalmente da un sistema di tali linee), e si pone*

$$V^2 = \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial y}\right)^2,$$

si ha

$$\int_s \frac{d\varphi}{dn}\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} + i\frac{\partial \varphi}{\partial y}\right) ds = \frac{1}{2}\int_s V^2 e^{i\vartheta}\, ds, \tag{23}$$

rappresentando n la normale in un generico punto a s, volta verso l'interno del campo, e ϑ l'angolo che n forma colla direzione positiva dell'asse x.

Applico la (23) alla parte del campo A limitata dal contorno costituito da $\sigma, \lambda', \sigma_1, \lambda_1, \varpi_1, \varpi_2, \lambda_2, \sigma_2, \lambda''$.

Essendo φ il potenziale di velocità delle molecole liquide in A [cfr. n. 1] e V il valore assoluto della loro velocità, si noti che:

$$\frac{d\varphi}{dn} = \begin{cases} 0 & \text{sopra } \lambda', \lambda'', \lambda_1, \lambda_2, \varpi_1, \varpi_2, \\ 1 & \text{» } \sigma, \\ -1 & \text{» } \sigma_1 \text{ e } \sigma_2; \end{cases}$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} + i\frac{\partial \varphi}{\partial y} = \begin{cases} 1 & \text{sopra } \sigma, \\ e^{i\alpha_1} & \text{» } \sigma_1, \\ e^{i\alpha_2} & \text{» } \sigma_2; \end{cases}$$

$$\theta = \begin{cases} 0 & \text{sopra } \sigma, \\ \pi + \vartheta_1 & \text{» } \sigma_1, \\ \pi + \vartheta_2 & \text{» } \sigma_2; \end{cases}$$

$V = 1$ sopra tutto il contorno eccettuati ϖ_1 e ϖ_2. Ciò posto, dalla (23) si ricava

$$h - h_1 e^{i\alpha_1} - h_2 e^{i\alpha_2} = \int_{\varpi_1+\varpi_2} V^2 e^{i\vartheta}\, d\varpi + \int_{\lambda'+\lambda''+\lambda_1+\lambda_2} e^{i\vartheta}\, d\lambda.$$

La eliminazione dell' $\int_{\varpi_1+\varpi_2} V^2 e^{i\vartheta}\, d\varpi$ tra la precedente e la (22) permette di esprimere $\mathfrak{R}$ nel modo seguente:

$$2\mathfrak{R} = h - h_1 e^{i\alpha_1} - h_2 e^{i\alpha_2} - \int_{\lambda'+\lambda''+\lambda_1+\lambda_2+\varpi_1+\varpi_2} e^{i\vartheta}\, ds.$$

[1] Cfr. Levi-Civita, *Sulla contrazione delle vene liquide*. Atti del R. Ist. Ven. di Sc. Lett. ed Arti, tomo LXIV (1905), pp. 1466-1467.

Ma poichè è nullo l' $\int e^{i\vartheta} ds$ esteso ad un contorno chiuso, l'integrale del secondo membro non è altro che

$$-\int_{\sigma+\sigma_1+\sigma_2} e^{i\vartheta} ds = -h + h_1 e^{i\vartheta_1} + h_2 e^{i\vartheta_2}.$$

Con ciò, posto

$$\frac{h_1}{h} = \chi_1 \quad , \quad \frac{h_2}{h} = \chi_2 ,$$

con che χ_1 e χ_2 rappresentano i rapporti delle larghezze (e quindi delle portate) di ciascuna delle due vene a valle a quella della vena a monte, si ha in definitiva

$$\mathfrak{R} = h(1 - \chi_1 e^{i\vartheta_1} - \chi_2 e^{i\vartheta_2}), \tag{24}$$

essendo [cfr. n. 2] $\chi_1 + \chi_2 = 1$.

Questa formula esprime in modo compendioso, notevolmente semplice, la risultante delle azioni esercitate dalla vena sopra il profilo rigido, in funzione di elementi direttamente accessibili all'esperienza. Dalla (24) risulta che $\mathfrak{R}$ *non dipende dalla forma del profilo* γ, *ma soltanto* (beninteso oltre che dalla velocità della vena a monte e dalla sua portata) *dal dislocamento delle vene a valle* (1).

Nel caso della simmetria è $-\vartheta_2 = \vartheta_1 = \beta$ e $\chi_1 = \chi_2 = \frac{1}{2}$, avendo chiamato β il valore assoluto dell'angolo che ciascuna delle direzioni assintotiche delle vene a valle forma con l'asse x; la (24) diviene allora

$$\mathfrak{R} = h(1 - \cos\beta) = 2h \operatorname{sen}^2 \frac{\beta}{2}, \tag{24'}$$

d'onde, in particolare, $R_y = 0$, come era evidente *a priori* attesa la simmetria.

7. — Caso particolare: vena simmetricamente bipartita da una lamina rettilinea. Azione unitaria.

Riferendomi al n. 5, prendo $2\alpha = \pi$ e $\Omega = 0$.

Se si tiene presente allora che quando c'è simmetria $\delta = 0$, e $h_1 = h_2 = \frac{1}{2} h$ [cfr. nn. 1 e 2], dalla (20) e dalle (12), (13), (14) e (17)

(1) Cfr. Voigt, *Meccanica elementare* (Versione italiana di A. Sella). Roma, Loescher, 1894, pag. 378. Ivi nelle formule (83''') — valide nel problema a tre dimensioni — è sostanzialmente contenuta la mia formula (24). Cfr. anche Masoni, *Corso di idraulica teoretica e pratica*. Napoli, Pellerano, 1908. terza edizione, pp. 182-189. La (24) rientra anche in una notevole formula generale dedotta in questi giorni dal prof. Boggio e che apparirà in questi Rendiconti.

scendono — notando che $f_2 - f_1$ — le relazioni seguenti:

$$\sigma_0 = \frac{\pi}{2} \ , \ F_0 = 0 \ , \ \varphi_0 = 0 \ , \ b = 0 \ , \ j = i \ . \ \zeta' + \zeta'' = 0 \, .$$

(25)
$$\frac{1}{a} = \frac{1}{2}\left(\zeta' + \frac{1}{\zeta'}\right) = -\frac{1}{2}\left(\zeta'' + \frac{1}{\zeta''}\right) .$$

La (21), per la (18), dà in tali condizioni

(26)
$$\omega(\zeta) = i \log \frac{1 + i\zeta}{1 - i\zeta} \, .$$

Sulla semicirconferenza $1 \, , i \, . \, -1$ si ha $\zeta = e^{i\sigma}$, con σ compreso tra 0 e π. Ne viene

$$\log \frac{1 + i\zeta}{1 - i\zeta} = \begin{cases} i\frac{\pi}{2} + \log \frac{\cos \sigma}{1 + \operatorname{sen} \sigma} & \text{per} \quad 0 < \sigma < \frac{\pi}{2} \, . \\ -i\frac{\pi}{2} + \log \frac{-\cos \sigma}{1 + \operatorname{sen} \sigma} & \text{per} \quad \frac{\pi}{2} < \sigma < \pi \, . \end{cases}$$

Ricordando la (9)

(9)
$$\omega = \vartheta + i\tau \, ,$$

ed il significato di ϑ [n. 3] si può dire che *i due segmenti* ϖ_1 e ϖ_2 *sono per diritto, e si tratta di un profilo rettilineo (lamina) normale all'asse* x.

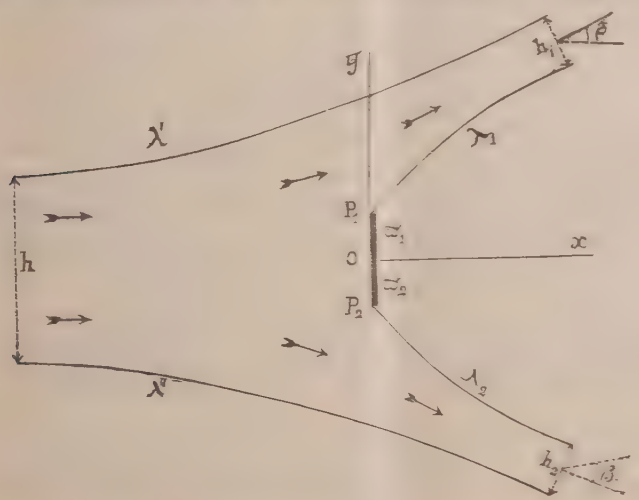

Fig. 4.

Il coefficiente di i in ω ha l'espressione

(27)
$$\tau = \log \frac{\cos \sigma_1}{1 + \operatorname{sen} \sigma} \, ,$$

valida su tutta la semicirconferenza $1 \, , i \, , -1$.

Poichè, detto β l'angolo che ciascuna delle direzioni assintotiche delle vene a valle forma coll'asse x, deve essere [cfr. nn. 1 e 4] $\omega(\zeta') = \beta$ e $\omega(\zeta'') = -\beta$, dalla (26) si ricava $\zeta'' = -\zeta' = \operatorname{tg}\frac{\beta}{2}$.

Per queste, dall'ultima delle (25) si ha $a = \operatorname{sen}\beta$.

Dopo ciò e per le (25), l'ultima delle (12), la (15) e la (16) possono scriversi rispettivamente

$$\begin{cases} \sigma^{-f} = (1 - \mathrm{F}^2)^{\frac{h}{2\pi}}, \\ \mathrm{F} = \operatorname{sen}\beta \,.\, \mathrm{Z}, \\ \mathrm{Z} = -\frac{1}{2}\left(\zeta + \frac{1}{\zeta}\right). \end{cases}$$

Da queste differenziando si ottiene

$$df = \frac{h}{\pi} \frac{\zeta^2 - \frac{1}{\zeta^2}}{\frac{4}{\operatorname{sen}^2\beta} - \left(\zeta + \frac{1}{\zeta}\right)^2} \frac{d\zeta}{\zeta}. \tag{28}$$

Sulla semicirconferenza $1 \,.\, i \,.\, -1$ è $\zeta = e^{i\sigma}$ (con σ reale e compreso fra 0 e π); la precedente porge allora

$$df = \frac{h}{\pi} \frac{\operatorname{sen}\sigma \cos\sigma \, d\sigma}{\cos^2\sigma - \frac{1}{\operatorname{sen}^2\beta}}, \qquad \text{per } (0 < \sigma < \pi). \tag{28'}$$

L'espressione dell'elemento lineare del piano z, cioè $|dz| = \sqrt{dx^2 + dy^2}$ in termini di ζ è, per la (7) e la (8)

$$|dz| = |e^{i\omega} \, df| = e^{-\tau} |df|. \tag{29}$$

L'elemento $d\varpi$ delle porzioni ϖ_1 e ϖ_2 del profilo rigido γ, a norma della precedente, della (28') e della (27), ha per espressione

$$d\varpi = \frac{h}{\pi} \frac{(1 + \operatorname{sen}\sigma)\operatorname{sen}\sigma}{\frac{1}{\operatorname{sen}^2\beta} - \cos^2\sigma} |d\sigma|.$$

Siccome $d\sigma$ è positivo o negativo secondochè σ è crescente o decrescente, così

$$\varpi = \frac{h}{\pi} \int_{\sigma}^{\frac{\pi}{2}} \frac{(1 + \operatorname{sen}\sigma)\operatorname{sen}\sigma \, d\sigma}{\frac{1}{\operatorname{sen}^2\beta} - \cos^2\sigma}, \tag{30}$$

rappresenterà tanto per ϖ_1 quanto per ϖ_2 la lunghezza del tratto di lamina compreso tra il punto 0 e un punto generico.

In particolare detta l la lunghezza della lamina, si avrà dalla (30)

$$l = \frac{2h}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{(1 + \operatorname{sen}\sigma)\operatorname{sen}\sigma\, d\sigma}{\frac{1}{\operatorname{sen}^2\beta} - \cos^2\sigma}.$$

E poichè

$$\frac{(1 + \operatorname{sen}\sigma)\operatorname{sen}\sigma}{\frac{1}{\operatorname{sen}^2\beta} - \cos^2\sigma} = \frac{\operatorname{sen}\sigma}{\frac{1}{\operatorname{sen}^2\beta} - \cos^2\sigma} + \frac{\operatorname{sen}^2\sigma}{\frac{1}{\operatorname{sen}^2\beta} - \cos^2\sigma}$$

$$= \frac{1}{2}\operatorname{sen}\beta \frac{d}{d\sigma} \log \frac{\frac{1}{\operatorname{sen}\beta} - \cos\sigma}{\frac{1}{\operatorname{sen}\beta} + \cos\sigma} - \cos\beta \frac{d}{d\sigma} \operatorname{arc\,tg} \frac{\operatorname{tg}\sigma}{\cos\beta} + 1,$$

dalla precedente si ricava, in definitiva

$$(31) \qquad l = 2h \operatorname{sen}^2 \frac{\beta}{2} \left[1 + \frac{2}{\pi} \cot \frac{\beta}{2} \log \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\beta}{2}\right) \right].$$

Formula questa notevole, che esprime la relazione tra le deviazioni assintotiche delle vene a valle e il rapporto delle larghezze: della lamina e della vena a monte.

Poichè, come deriva facilmente dalla precedente,

$$\lim_{\beta=0} \frac{l}{h} = 0 \quad , \quad \lim_{\beta=\frac{\pi}{2}} \frac{l}{h} = \infty,$$

e inoltre

$$\frac{d\frac{l}{h}}{d\beta} = \operatorname{sen}\beta + \frac{2}{\pi}\left[\operatorname{tg}\beta + \cos\beta \log \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\beta}{2}\right) \right] > 0 \quad \text{per} \quad 0 < \beta < \frac{\pi}{2},$$

si può dire che il rapporto $\frac{l}{h}$ è continuamente crescente da 0 a ∞ quando β varia da 0 a $\frac{\pi}{2}$. Pertanto *la deviazione assintotica delle vene a valle cresce o diminuisce assieme al rapporto* $\frac{l}{h}$.

La (24') fornisce l'espressione dell'azione totale esercitata dalla vena sulla lamina; dividendola per l si ottiene l'azione unitaria

$$\frac{\mathfrak{R}}{l} = \frac{\pi}{\pi + 2\cot\frac{\beta}{2}\log\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\beta}{2}\right)}. \tag{32}$$

Poichè

$$\lim_{\beta=0} \cot\frac{\beta}{2}\log\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\beta}{2}\right) = 2,$$

— ricordiamo che in tal caso il rapporto $\frac{h}{l}$ cresce indefinitamente — dalla precedente si ricava allora

$$\frac{\mathfrak{R}}{l} = \frac{\pi}{\pi+4},$$

che è il risultato dovuto ad Helmholtz, riguardo all'azione unitaria esercitata sulla lamina quando la corrente liquida è indefinitamente larga (1).

Come si accerta senza difficoltà, il denominatore del secondo membro della (32) cresce continuamente da $\pi + 4$ fino a ∞ quando β varia da 0 fino a $\frac{\pi}{2}$, si può quindi concludere che *la azione unitaria della vena sulla lamina cresce o diminuisce assieme al rapporto* $\frac{h}{l}$, *assumendo il massimo valore* $\frac{\pi}{\pi+4}$ *quando detto rapporto è infinitamente grande, ed il minimo valore* 0 *quando* $\frac{h}{l} = 0$.

Fanno seguito due tabelle. La tabella 1 contiene diversi valori del rapporto $\frac{l}{h}$ ricavati, mediante la formula (31), attribuendo a β altrettanti valori compresi tra 0° e 90°.

Risulta da essa che la deviazione delle vene a valle si rende sensibile anche per $\frac{l}{h}$ abbastanza piccolo, e raggiunge valori vicinissimi al massimo ($\beta = 90°$) quando $\frac{l}{h} = 10$ circa.

La tabella 2 reca diversi valori dell'azione unitaria $\frac{\mathfrak{R}}{l}$ della vena sulla lamina, corrispondenti ad altrettanti valori del rapporto $\frac{l}{h}$. Quelli della colonna intermedia corrispondono al caso — finora trattato — della vena

(1) Cfr. ad es. Lamb, *Lehrbuch der Hydrodynamik* (trad. tedesca). Leipzig und Berlin, Teubner, 1907, pag. 117.

libera, e sono stati valutati in base alla formula (32); quelli dell'ultima colonna (a destra) si riferiscono invece al caso in cui la lamina viene investita dalla corrente di un canale rettilineo, entro cui trovasi, e sono stati ricavati da formule che ho stabilite nella Memoria: *Sul moto di un solido in un canale* (1).

Tabella 1

Valori di β	Valori di $\frac{l}{h}$
0°	0
10°	0,02
20°	0,13
30°	0,27
40°	0,53
50°	0,83
60°	1,22
70°	1,67
80°	2,34
82°	2,52
84°	2,75
86°	3,05
88°	3,51
89°	3,96
89°30′	4,42
89°59′	6,62
89°59′30″	7,21
89°59′50″	9,23
89°59′58″	9,94

Tabella 2

Valori di $\frac{l}{h}$	Valori di $\frac{\mathfrak{R}}{l}$ nella *vena libera*	Valori di $\frac{\mathfrak{R}}{l}$ nel *canale*
0.0	0,43	0,43
0,1	0,43	0,44
0,2	0,43	0,44
0,3	0,43	0,45
0,4	0.43	0,45
0,5	0,42	0,46
0,6	0,42	0,46
0,7	0,42	0,47
0,8	0,42	0,48
0,9	0,41	0,49
1	0,41	—
2	0,36	—
3	0,30	—
4	0,24	
5	0,19	—
6	0,16	—
7	0,14	—
8	0,12	—
9	0,11	—
10	0,10	—

M'è sembrato utile porre in condizioni di confronto i risultati corrispondenti ai due casi. Si accerta così che mentre *nella vena libera* l'azione unitaria $\frac{\mathfrak{R}}{l}$ decresce assai lentamente (da 0,43 fino a 0,41) quando $\frac{l}{h}$ varia da 0 a 1, invece *nel canale* essa aumenta più sensibilmente (da 0,43 fino

(1) Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo, vol. XXVIII, pp. 307-352. Dalla formula (62′) e dalla (67) della citata Memoria, posto $\frac{\pi}{2\Omega} = \lambda$ si ottengono le formule

$$\frac{l}{h} = [1-\lambda]\left[1 - \frac{2}{\pi}(1+\lambda)\operatorname{arc\,tg}\lambda\right], \quad \frac{\mathfrak{R}}{l} = \frac{1}{2}\,\frac{1-\lambda}{1 - \frac{2}{\pi}(1+\lambda)\operatorname{arc\,tg}\lambda}$$

(per $0 < \lambda \leq 1$),

di cui mi sono valso per determinare, nella tabella 2, valori di $\frac{\mathfrak{R}}{l}$ nel *canale*.

a 0,49 quando $\frac{l}{h}$ raggiunge 0,9). Nel canale non sono ovviamente possibili valori di $\frac{l}{h} \geq 1$, ma tale limitazione non vige naturalmente per la vena libera; pertanto un ulteriore confronto nei due casi non è più possibile. Riferendoci allora alla vena libera è interessante rilevare che per $\frac{l}{h} \geq 1$ i valori di $\frac{\mathfrak{R}}{l}$ decrescono con maggiore rapidità: così, in particolare, per $\frac{l}{h} = 10$ si ha di già $\frac{\mathfrak{R}}{l} = 0{,}10$.

Matematica. — *Sulle superficie e varietà algebriche di genere geometrico nullo.* Nota del Corrispondente Francesco Severi.

Meccanica. — *Calcolo delle azioni dinamiche esercitate da correnti fluide sopra pareti rigide.* Nota I di Tommaso Boggio, presentata dal Socio T. Levi-Civita.

Matematica. — *Sopra un nuovo operatore differenziale per le omografie vettoriali.* Nota di G. Burali-Forti, presentata dal Socio T. Levi-Civita.

Matematica. — *Sulle funzioni permutabili di seconda specie.* Nota di Luigi Sinigallia, presentata dal Corrisp. G. Lauricella.

Geodesia. — *Sulle rappresentazioni isodromiche.* Nota di Corradino Mineo, presentata dal Corrisp. A. Venturi.

Fisica. — *Rotazione del campo magnetico di un disco di bismuto percorso radialmente da un flusso di calore.* Nota di O. M. Corbino, presentata dal Socio P. Blaserna.

Le Note precedenti saranno pubblicate nel prossimo fascicolo.

Chimica. — *Sulla sintesi diretta dei gliceridi.* Nota di I. Bellucci e R. Manzetti, presentata dal Socio Paternò.

Con due Note recentemente pubblicate in questi Rendiconti (fascicolo 2°, gennaio 1911; fascicolo 4°, febbraio 1911), abbiamo riferito i risultati preliminari di alcune ricerche da noi intraprese con intento ed indirizzo puramente scientifico intorno alla sintesi diretta dei comuni gliceridi. Nostro primo scopo è stato quello di apportare possibilmente dei perfezionamenti a questa importante sintesi che fin dai tempi di Berthelot, come abbiamo chiaramente indicato, non era stata mai oggetto di studio sistematico in riguardo alle migliori, più rapide ed economiche condizioni in cui essa può svolgersi. Partendo da quantità note di acido grasso e di glicerina, isolando e caratterizzando i prodotti ottenuti, nella loro qualità e quantità, siamo riusciti a riportare questa reazione sintetica nel rango dei più semplici processi di eterificazione, sfrondandola di tutti i concetti di difficoltà che finora vi erano a torto collegati.

Abbiamo infatti provato che, senza ricorrere ad alcuna aggiunta di sostanze estranee, tale sintesi può effettuarsi *con rendimento pressochè teorico,* tutte le volte che, *anche all'ordinaria pressione,* si riscaldino convenientemente ed in ambiente inerte *le sole quantità stechiometriche* di acido grasso e di glicerina in modo da garantire la continua e libera eliminazione dell'acqua. Dalle nostre ricerche è rimasto quindi chiarito che *non è necessario* di riscaldare a pressione ridotta la miscela acido grasso-glicerina, per quanto in tal caso si abbia un favorevole abbassamento nella temperatura di reazione.

Negli Atti del VI Congresso di Chimica applicata, tenutosi in Roma nel 1906, pubblicati nel 1907, trovasi un rapporto del prof. G. Gianoli sull'industria delle materie grasse in Italia, nel quale questi accenna ad un processo di deacidificazione dell'olio di oliva al solfuro, così testualmente esprimendosi:

« . . . nel 1891 ci proponemmo di riconvertire in gliceridi gli acidi grassi che si trovano liberi negli olî scadenti. Mentre Berthelot aveva suggerito di operare sotto pressione, il che non permetteva di eliminare l'acqua che si rende libera e che ostacola la ulteriore eterificazione, noi ci siamo valsi del riscaldamento in un'atmosfera rarefatta e per avviare la reazione abbiamo fatto intervenire piccole quantità di acidi organici solubili nella glicerina e che a temperatura elevata sono spostati dagli acidi grassi a peso molecolare elevato. Siccome non si può evitare che accanto ai trigliceridi non si formino anche piccole quantità di digliceridi, e che gli acidi ossigrassi col riscaldamento non diano luogo a lattoni, così l'olio che si ottiene acquista

una densità maggiore dell'ordinaria e questa nuova proprietà, dal punto di vista della lubrificazione, si può ritenere vantaggiosa. (Seguono in nota alcune determinazioni di densità e di viscosità fatte nell'olio di oliva comune ed in quello neutro) ».

Queste poche righe hanno servito di base al sig. Gianoli per una rivendicazione di priorità sulle nostre ricerche di sintesi dei gliceridi, rivendicazione che egli fa con una breve Nota pubblicata nel penultimo fascicolo di questi Rendiconti (fasc. 5°, marzo 1911).

Da quanto precede ci sembra emerga con evidenza la differenza sostanziale fra le nostre succitate ricerche, svoltesi con criterî ed intenti puramente scientifici, e tutto quello che il sig. Gianoli, nelle poche righe sovraripportate, ha reso noto dei suoi lavori aventi carattere così diverso da quello che noi abbiamo comunicato a questa Accademia.

Basterebbe osservare che il Gianoli sperimenta in concomitanza di acidi organici estranei alla reazione, cosa che noi abbiamo provato essere completamente inutile, ed ottiene a lato dei trigliceridi anche digliceridi e lattoni e quindi non prodotti isolati nè definiti per qualità, purezza e rendimento.

Quanto poi alla questione dell'aria rarefatta, sulla quale egli poggia la sua rivendicazione, tutta la letteratura chimica attribuisce concordemente a Scheij il merito di avere fin dal 1899 effettuato la sintesi diretta dei gliceridi, riscaldando la miscela acido grasso-glicerina nell'aria rarefatta (*vide partiel.*), e noi non abbiamo mancato di indicare ciò in entrambe le nostre note.

Saremo tuttavia ben lieti, essendo anche una questione che non ci riguarda affatto, di attribuire al sig. Gianoli quanto finora è stato attribuito a Scheij appena potremo conoscere dove, anteriormente al 1899, sono state pubblicate le sue ricerche in proposito. Spetterà allora al Sig. Gianoli quella priorità del riscaldamento in aria rarefatta che egli rivendica e che noi abbiamo provato non avere alcun carattere di essenzialità nella sintesi dei gliceridi.

Chimica. — *Gli arseniuri di stagno* Nota di N. Parravano e P. De Cesaris, presentata dal Socio E. Paternò.

Chimica. — *Sulla preparazione e la fototropia di alcuni osazoni.* Nota II di M. Padoa e L. Santi, presentata dal Socio G. Ciamician.

Le Note precedenti saranno pubblicate nel prossimo fascicolo.

Patologia vegetale. — *Intorno allo svernamento dell'oidio della quercia.* Nota del prof. Vittorio Peglion, presentata dal Socio G. Cuboni.

Alcune piantine di quercia, provenienti da seme, allevate nella serra annessa alla R. Scuola superiore di agraria di Bologna, mi hanno offerto il destro di compiere qualche osservazione intorno allo svernamento dell'*Oidium quercinum*, Thüm., la misteriosa crittogama, comparsa bruscamente in Francia nel 1907 e diffusasi epidemicamente nei querceti d'Italia e di tutta Europa dal 1908 in poi. I numerosi tentativi di riferimento di questo dannoso parassita delle quercie a qualcheduna delle specie di erisifacee già conosciute, rimasero sinora frustrati od ipotetici, poichè non ne è stata scoperta la forma ascofora. Si ritiene pertanto che questo parassita sia specie esotica, proveniente secondo ogni probabilità dal Nord America ov'è presumibile che compia il suo ciclo biologico sopra le specie di quercie colà indigene, differenziandovi cioè ad un determinato momento i frutti ascofori.

Riuscite vane anche a me le indagini rivolte alla scoperta dei periteci del parassita, ho iniziato delle ricerche intese a seguirne le vicende durante la stagione invernale. A tale scopo, le piantine di quercia farnia anzidette, allevate in cassette, e violentemente assalite dall'oidio durante il 1910, non subirono alcun trattamento anticrittogamico e furono ricoverate in serra fredda dall'ottobre in poi.

L'esame metodico delle chiazze fungine residue dell'antecedente infezione, assai appariscenti nelle foglie secche e cadute — ripetutamente compiuto dal dicembre ad oggi — ha dimostrato che anche in ambiente relativamente riparato — com'è quello di una serra fredda — scompare ogni traccia di vitalità negli avanzi miceliali e nelle spore; nè si osserva alcuna differenziazione che indichi la possibilità di adattamento del fungo alla vita saprofitaria, in seguito alla quale si formino speciali organi ibernanti.

Il giorno 7 marzo, in seguito al sensibile raddolcimento della stagione, più intenso naturalmente nella serra, si era iniziata la schiusura di un certo numero di gemme. Fra le altre, una piantina rimasta assai malconcia dall'infezione, apriva due gemme apicali da cui si svolsero in breve 6 foglioline, le quali apparvero ricoperte uniformemente da un fitto strato bianco, farinoso, che l'esame microscopico rivelò costituito dalle caratteristiche fruttificazioni di *Oidium quercinum* Thüm.

Ho assoggettato allora ad indagine microscopica una dozzina di gemme staccate saltuariamente da diverse piantine, prelevandone alcune di già schiuse ed altre appena rigonfie. Praticate delle sezioni longitudinali, ho constatato

in 8 gemme, che in corrispondenza della faccia interna delle perule esse presentavano una rete miceliale continua, assai fitta che si distende in taluni casi sino ad avvolgere l'apice vegetativo. L'intera gemma è allora infetta. Dal micelio superficiale si staccano i conidiofori, i quali nelle gemme in via di schiudersi sono già provvisti di conidi maturi. I caratteri morfologici del micelio e le dimensioni dei conidi maturi corrispondono a quelli indicati per l'*Oidium quercinum*: i conidiofori misurano 50 — 80 μ e sono formati da due o tre articoli; il conidio maturo misura in media 30 × 18 μ.

Lasciate le piantine a sè, si sono schiuse successivamente numerose altre gemme, fra le quali a tutt'oggi 6 hanno dato origine a getti uniformemente, infetti. L'azione del parassita nella gemma è lungi dal riescire indifferente poichè se talvolta dalla gemma infetta ha preso origine un germoglio di forma, dimensione e numero di foglie normali, in altri casi la gemma ha fornito un solo paio di foglioline, deformate e l'apice vegetativo sembra atrofizzato. È inutile aggiungere che tanto le semplici foglie, quanto l'intero germoglio sono costantemente infetti in ogni parte.

Non appena accertata la ricomparsa del parassita, ho trasportato un certo numero di conidi sulle foglie già aperte, tenere di altre piante, per seguire l'andamento dell'infezione. La semina fu eseguita l'8 marzo. Con mia sorpresa il parassita si è rivelato assai poco virulento: nelle aree ove furono deposti i conidi, si ebbe un lieve imbrunimento dei tessuti quasi da contusione, e trascorsa una ventina di giorni solo una chiazza formata da fruttificazioni del parassita, che ha attecchito, ma non accenna ad espandersi.

Siffatta scarsa diffusione, seguìta alle inoculazioni praticate ad arte è confermata dal fatto che l'infezione stessa, a tutt'oggi, è nettamente circoscritta ai germogli rivelatisi infetti sino dalla nascita. L'abbondante produzione di conidi — sebbene gli stessi raggiungano rapidamente la maturità, siano perfettamente atti a germinare e si disperdano in giro con la massima facilità — non ha punto comunicata l'infezione alle piante adiacenti ai getti infetti.

Resta pertanto dimostrato da queste osservazioni che nel caso di piantine di quercia ricoverate in serra fredda, l'oidio sverna parassita delle gemme e può quindi conservarsi in vita da un anno all'altro senza differenziare fruttificazioni ascofore. Le condizioni in cui si presentano le gemme, esaminate in diversi stadî di sviluppo stanno difatti ad indicare che non si tratta di puro e semplice ricovero delle spore entro le perule, ma di vero parassitismo dell'oidio sugli organi in vita latente. La sopravvivenza del parassita — così come ho dimostrato per un'altra specie di oidio, l'*Oidium Evonymi* — è assicurata dai rapporti simbiotici che si stabiliscono durante l'inverno tra parassita e tessuti dell'ospite.

Altre indagini, già iniziate in querceti cedui di pianura, mirano a stabilire se tale sia effettivamente lo svernamento dell'oidio anche in aperta

campagna, nelle condizioni naturali d'ambiente; se cioè il parassita della quercia abbia un *habitat* invernale conforme a quello posto in evidenza dal Ravaz nello studiare lo svernamento dell'oidio nelle gemme della vite, l'unica specie di erisifacea esaurientemente studiata sotto tale punto di vista, sebbene per molte erisifacee indigene sia spesso indicato ora come ipotesi, ora invece come realtà — non accertata però, per quanto mi consta — lo svernamento parassitario nelle gemme dell'ospite.

Anche per l'oidio della vite, prima della scoperta dei periteci era ammesso e non provato che esso svernasse per mezzo di miceli ibernanti o di spore riparate nelle gemme. La scoperta dei periteci in Francia, successivamente confermata in altre località d'Europa, ha più che altro sanzionata l'identità del parassita europeo della vite coll'*Uncinula necator*, ma come ebbe giustamennte ad osservare il Ravaz « detti periteci sembrano avere una parte poco importante nella prima comparsa dell'oidio. Vi sarebbero anzi ragioni di ricercare ciò che essi diventano prima e dopo dell'inverno ».

La parte precipua dello svernamento dell'oidio della vite sarebbe devoluta, secondo il Ravaz, al micelio svernante parassitariamente nelle gemme: quest'A. ha trovato filamenti miceliali con o senza conidiofori non soltanto nelle gemme della vite appena mosse, ma anche nelle gemme insta to di assoluto riposo, sopratutto sulle perule, dalla base della gemma sino all'apice vegetativo.

Patologia vegetale. — *Ulteriori ricerche sulla genesi del Roncet od arricciamento della vite.* Nota di E. Pantanelli, presentata dal Socio G. Cuboni.

Agronomia. — *Sulla presunta perpetuazione delle specie infeste attraverso lo stallatico.* Nota di O. Munerati, presentata dal Socio R. Pirotta.

Le Note precedenti saranno pubblicate nel prossimo fascicolo.

Botanica. — *Esperienze sulla disinfezione delle piante.* Nota I del dott. Leobaldo Danesi, presentata dal Socio B. Grassi.

Intorno alle esperienze sulla disinfezione delle piante mercè l'acqua calda, pubblicai già i risultamenti ottenuti mediante le ricerche da me intraprese nell'anno 1900 (1); le ricerche furono continuate anche negli anni successivi, al fine di confermare i precedenti risultati, ed estenderle altresì sugli altri argomenti concernenti la viticoltura moderna, prefiggendomi di raggiungere i seguenti scopi:

1) dimostrare praticamente se l'immersione delle barbatelle fillosserate nell'acqua a 55° C. per cinque minuti, sia proprio sufficiente ad uccidere le fillossere e sterilizzare le uova delle attere radicicole e l'uovo d'inverno;

2) verificare quale resistenza presentino all'azione del calore le diverse specie e varietà di viti;

3) esaminare se esista alcun rapporto fra la resistenza all'azione dell'acqua calda delle varie qualità di viti e la loro resistenza alla siccità;

4) accertare se la grossezza delle talee abbia influenza o no sulla maggiore o minore resistenza all'azione del calore;

5) sperimentare se sia possibile disinfettare le viti contemporaneamente contro la fillossera e contro le varie malattie crittogamiche, impiegando una soluzione acquosa e calda di solfato di rame;

6) provare se sia possibile combattere il *Rancet* mercè la scottatura delle talee infette, sia con acqua semplice, sia con acqua contenente, in soluzione, del solfato di rame o del solfato ferroso;

7) verificare infine l'azione insetticida della piridina, per vedere se fosse possibile applicarla contro i parassiti animali non solo della vite, ma anche di altre piante.

* * *

Nell'anno 1901 diedi incarico al direttore del Vivaio di viti americane di Portoferraio, sig. Silva, di continuare le esperienze, che nell'anno precedente io aveva appunto eseguite in quel Vivaio, con la cooperazione del dott. Persi, allora direttore colà.

Il Silva pubblicò per proprio conto il risultato di tali esperienze, che io poi continuai negli anni successivi, cominciando dall'anno 1903, mediante l'ottimo e svariato materiale che esiste alle Isole Tremiti.

(1) *Rapporto intorno al viaggio di osservazione alle Tremiti e alla disinfezione delle piante.* Roma, tip. della Camera dei Deputati, anno 1900.

Il programma da me tracciato, consisteva nel cercare quale era il punto massimo di calore, che poteva essere sopportato tanto dalle talee che dalle barbatelle; e per ciascun grado di temperatura, quale influenza aveva il tempo d'immersione sulle talee e sulle barbatelle stesse.

***

Prima però di riferire in qual modo furono condotte le esperienze, sarà bene dica qualche cosa del nuovo apparecchio che feci appositamente costruire a Firenze per questo scopo.

Tale apparecchio è quasi identico a quello da me descritto nel ricordato rapporto; soltanto è di dimensioni più grandi, ed è possibile con esso disinfettare più migliaia di talee per volta.

La differenza che passa tra questo apparecchio e il precedente, è che nel nuovo l'acqua del cassone si scalda per mezzo di un termo-sifone, costituito da un fornello, il quale viene attraversato da un grosso tubo, piegato a serpentino, che comunica dai due estremi con l'interno del cassone pieno d'acqua.

Col termo-sifone si può eseguire la disinfezione in modo assai rapido, poichè si può mantenere costantemente l'acqua del cassone alla voluta temperatura, cosa che non consente di fare l'altro apparecchio.

Tanto con l'uno che con l'altro, devesi avere l'avvertenza di mantenere l'acqua calda continuamente in movimento, durante il tempo dell'immersione delle viti, e ciò è facile ad ottenersi mercè l'apposito agitatore.

***

È col nuovo apparecchio, che ho potuto sperimentare il potere disinfettante dell'acqua calda all'Osservatorio antifillosserico di Fauglia, diretto dal senatore prof. Grassi, il quale diede l'incarico di cooperare meco, in queste esperienze, alla dott. Anna Foà.

A tale scopo furono scelte parecchie decine di barbatelle di un anno, abbondantemente fillosserate, le quali vennero divise in tre gruppi: uno fu scottato per cinque minuti a 53-54° C., un altro alla medesima temperatura per sette minuti, ed il terzo a 55-56° C. per cinque minuti.

Eseguita la scottatura, le piantine vennero poste in adatti vasi, con terra veramente immune d'infezione fillosserica perchè raccolta in un bosco, dove non era alcuna vite.

Anche i vasi furono tenuti in luogo appartato, e le piantine normalmente coltivate. Tali piantine, nella primavera, vegetarono regolarmente, senza che nessuna avesse a soffrire della scottatura, a cui venne sottoposta.

Nell'estate furono accuratamente e ripetutamente esaminate, ma non fu possibile trovare alcuna traccia di infezione. Perciò rimase così praticamente dimostrato, che scottando con acqua a 54° C. per cinque minuti le barbatelle di viti riconosciute veramente infette, si uccidono gli insetti, si sterilizzano

le uova, e si rendono quindi le barbatelle sicuramente immuni da infezione fillosserica.

Ma tale esperienza non si potè completare perchè non fu possibile avere viti con uova d'inverno; è stata però ripresa in Sicilia, dove non manca materiale adatto, e dei risultamenti ottenuti si dà conto in altra Nota.

***

Per verificare la resistenza delle diverse specie di viti all'azione del calore, furono fatte anche numerose prove e con talee e con barbatelle di viti americane. Tali prove, come già dissi, furono ripetute in più anni, e si potè realmente riscontrare che è ben diverso il grado di calore che può essere sopportato dalle varie specie di viti americane o dai loro ibridi; ed è stato anche accertato, che la resistenza delle barbatelle è notevolmente superiore a quella delle talee.

I risultamenti delle varie esperienze eseguite con talee sono i seguenti:

Hanno resistito alla temperatura di 60° C. per dieci minuti la *Riparia* × *Cordifoglia-Rupestris 106-8*; per sette minuti la medesima varietà ed il *Rupestris* × *Berlandieri 301 A*.

Alla temperatura di 59° C. hanno resistito per dieci minuti il *106-8*, l'*Aestivalis-Caicicola* × *Riparia-Rupestris 554-5*, e il *301 A*; per sette minuti le precedenti e il *Berlandieri* × *Riparia 157-11*; e per cinque minuti le precedenti varietà, l'*Aramon* × *Rupestris Ganzin n. 1*, e la *Riparia* × *Rupestris 3306*.

Alla temperatura di 58° C. mostrarono di resistere, per 10 minuti, tutte le varietà precedentemente indicate, la *Riparia* × *Rupestris 101-14*, e i *Berlandieri* × *Riparia 34 E*, e *420 A*; per sette minuti, oltre a tutte le varietà sopra indicate, anche la *Riparia* × *Rupestris 3309*, e per cinque minuti tutte quelle avanti accennate, la *Rupestris metallica* e la *Solonis* × *Riparia 1616*.

Alla temperatura di 57° C. per 10, 7 e 5 minuti le medesime varietà indicate avanti.

Lo stesso può dirsi per le temperature di 55 e 56° C. comprendendovi fra le varietà resistenti anche la *Rupestris du Lot*.

Avvertasi però, che per le talee scottate a temperature elevate e lunga immersione nell'acqua calda, la percentuale di attecchimento fu bassa.

Per ogni varietà di vite sottoposta all'azione dell'acqua calda, furono scelte talee ugualmente grosse e lunghe, senza essere scottate; le quali vennero piantate nello stesso tempo di quelle sottoposte alla scottatura e messe tutte nelle medesime condizioni di terreno, impianto, coltura ecc.

Concludo che in generale si può eseguire la scottatura delle talee su tutte le varietà di viti (purchè il legno sia tolto da piante vigorose, anche se giovani) mantenendole cinque minuti fra 53 e 54° C. senza nuocere al potere

vegetativo, anzi col beneficio di disinfettarle e renderle immuni da ogni eventuale infezione fillosserica. Soltanto per alcune varietà, come per esempio la *Riparia gloire* bisogna badare a non superare i 54° C.

Colle barbatelle invece, tanto se innestate o no, si può arrivare anche sino a 57° C., purchè non restino immerse oltre i cinque minuti. Le barbatelle di *Berlandieri* possono tollerare anche una temperatura superiore di due o tre gradi.

***

Come è noto, fra le viti americane riconosciute in pratica più resistenti alla siccità, sono le *Berlandieri*, la *Riparia* × *Cordifoglia 106-8*, la *Rupestris* × *Berlandieri 301 A*, la *Aestivalis-Calcicola* × *Riparia-Rupestris 554-5*, i *Berlandieri* × *Riparia 157-11*, *34 E*, *420 A*, il *Riparia* × *Rupestris 3306*, l'*Aramon* × *Rupestris Ganzin n. 1*; ed alcune altre.

Da queste esperienze risulta, che le varietà maggiormente resistenti alla scottatura sono quelle che più resistono alla siccità: vuol dire adunque che vi è un rapporto fra la resistenza all'azione dell'acqua calda delle varie qualità di viti e la loro resistenza alla siccità.

Per poter però con sicurezza stabilire questo fatto, io credo sia necessario ripetere le esperienze, adoperando barbatelle della medesima età, delle stesse dimensioni e del medesimo peso.

Se si avrà la conferma di quanto si è enunciato, i viticoltori avranno a loro disposizione un mezzo pratico e facile, col quale potranno, *a priori*, stabilire, per nuove varietà o nuovi ibridi di viti americane, quale sia la loro resistenza alla siccità.

***

La grossezza delle talee di viti americane, sembra che non abbia alcuna influenza sulla maggiore o minore resistenza alla scottatura con acqua calda.

Le prove eseguite con talee di uguale varietà e lunghezza, ma di differente diametro, alcune di cinque millimetri ed altre di sette, non diedero alcuna differenza nei risultamenti ottenuti.

***

Le stesse esperienze, fatte con semplice acqua calda, al fine di determinare la resistenza alla scottatura delle diverse specie e varietà di viti americane, furono fatte poi con soluzioni di solfato di rame all'1 e al 2 per cento, e ciò per determinare se fosse possibile eseguire contemporaneamente la disinfezione non solo contro la fillossera, ma anche contro le principali crittogame, specialmente il *Black rot*, il quale non è stato ancora riscontrato in Italia, ma che può facilmente importarsi con la introduzione di viti americane, specialmente delle barbatelle innestate.

Dette prove furono ripetute in più anni su talee e barbatelle, e i risultamenti ottenuti dettero luogo alle seguenti conclusioni:

Non tutte le talee dei diversi vitigni resistono alla scottatura in soluzione di solfato di rame all'1 e al 2 per cento, per cinque minuti a 53° e a 55° C.: si mostrano le più resistenti il *Rupestris* × *Berlandieri 301 A.*, la *Aestivalis-Calcicola* × *Riparia Rupestris 554-5*, il *Mourvèdre* × *Rupestris 1202*, la *Riparia Rupestris 3306*, la *Riparia Gloire*; hanno mostrato debole resistenza i *Berlandieri* × *Riparia 420 A*, *34 E*, e la *Rupestris du Lot*.

Le barbatelle invece, innestate o no, hanno mostrato, anche in queste prove, una maggiore resistenza.

* * *

Le scottature tanto con l'acqua semplice quanto con le varie soluzioni di solfato di rame e di solfato ferroso sembrano inefficaci a combattere il *Roncet*.

Si fecero a tal uopo esperienze con talee di *Riparia* × *Rupestris 3306* e *Rupestris du Lot*, tolte da piante colpite di *Roncet*, e che avevano i segni caratteristici di questa malattia, e si potè osservare che sebbene scottate o tenute immerse per un giorno in soluzione di solfato ferroso al 3 %, le piantine ottenute dopo uno o due anni, trovaronsi colpite da *Roncet*.

* * *

La Piridina $C^5 H^5 N$, ottimo insetticida, è un alcaloide che, come è noto, si ricava dalla distillazione dell'olio animale di Dippel. È liquido alla temperatura ordinaria e bolle a 116,7° C. Emette vapori anche a bassa temperatura, che si riconoscono facilmente dall'acutissimo odore caratteristico. Sono questi vapori che sembra abbiano elevato potere insetticida.

Io volli sperimentare se la piridina potesse adoperarsi nella pratica per la disinfezione delle piante e perciò feci le prime prove a Catania, ove la temperatura dell'ambiente oscillava fra 27 e 28° C., e potei riscontrare, che veramente i vapori della piridina hanno elevato potere insetticida anche contro la fillossera.

Restava a studiare l'azione di questo alcaloide sulle piante da disinfettare: come occorreva altresì stabilire meglio la quantità di insetticida che bisogna usare, e il tempo necessario perchè spieghi completamente la sua efficacia.

In altra Nota viene riferito come furono eseguite queste ricerche, ed i risultamenti ottenuti.

Patologia. — *Sopra l'azione tossica della chinina sui centri nervosi.* Nota del dott. Marco Almagià, presentata dal Socio E. Marchiafava.

Citologia. — *Sugli Elaioplasti nelle Mono- e Bicotiledoni.* Nota preliminare del dott. Ioannes Politis, presentata dal Socio Prof. G. Briosi.

Queste Note saranno pubblicate nel prossimo fascicolo.

Anatomia. — *Sullo sviluppo dello scheletro assiale nei Murenoidi* (1). Nota del dott. M. Sella, presentata dal Socio B. Grassi.

Lo studio generale dell'organizzazione delle larve dei murenoidi (leptocefali) venne intrapreso da Grassi, sin da molti anni or sono, con l'intento di formare una monografia di questo gruppo; ma altri lavori intrapresi non lasciandogli tempo di applicarsi a uno studio più particolareggiato di alcuni sistemi anatomici, quale il sistema scheletrico, egli mi affidò gentilmente la continuazione delle ricerche di quest'ultimo, mettendo a mia disposizione il suo materiale.

Mi limiterò in questa breve Nota ad esporre alcuni dei fatti più importanti osservati in tali ricerche.

Protocentrocicli. — Caratteristica del gruppo dei muneroidi è la calcificazione metamerica della membrana della corda, la quale forma un vero e proprio sistema vertebrale primitivo di origine cordale, che precede quello osseo. Essa venne osservata per la prima volta e accennata in una breve Nota da Grassi e Calandruccio (2) che denominarono « protocentrocicli » le porzioni metameriche di corda ossificata.

L'ossificazione avviene in corrispondenza agli archi, cioè nelle regioni vertebrali; prima alla parte dorsale e poi a quella ventrale della corda, probabilmente in varî pezzi che si fondono fra loro. Comincia alla regione caudale e via via interessa tutta la membrana della corda fino al capo.

Nelle sezioni sagittali il tratto ossificato appare colorato intensamente, rifrangente, rigido, diritto prima della formazione del vero osso di origine pericordale; ed incurvato verso l'esterno dopo. Si distingue da quest'ultimo perchè

(1) Lavoro eseguito nell'Istituto di anatomia comparata della R. Università di Roma.

(2) Grassi e Calandruccio, *Sullo sviluppo dei murenoidi.* Rend. Accademia Lincei, Seduta del 3 Maggio 1896.

privo di cellule: alle estremità è leggermente ingrossato e seghettato alla superficie esterna.

L'ossificazione quando ha interessato un certo tratto non si estende maggiormente. Essa rimane inalterata anche nelle vertebre degli animali adulti, all'interno del vero osso nella porzione compresa fra i doppî coni fino a che non avviene lo strozzamento completo della corda.

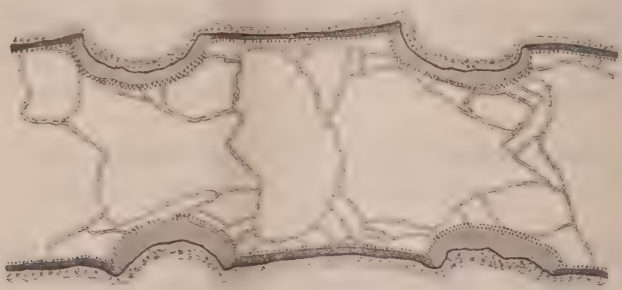

Fig. 1.

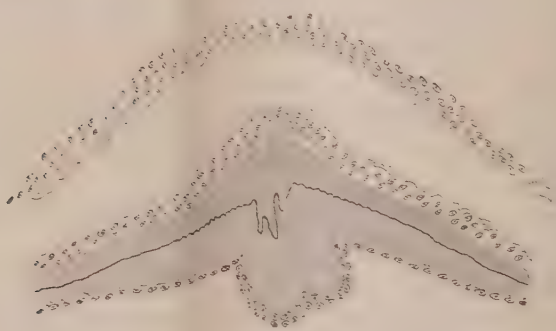

Fig 2.

Le porzioni intervertebrali di membrana della corda non si ossificano e passano per le seguenti modificazioni:

La membrana s'ingrossa e si sprofonda nel tessuto della corda strozzandola e formando degl'infossamenti circolari, indi si accorcia nel senso longitudinale e con essa diminuisce la larghezza degli infossamenti finchè questi scompaiono, e le due superficie interne destra e sinistra si accollano; in questo stadio, in una sezione sagittale od orizzontale la porzione intervertebrale della membrana forma come un sacchetto ripieno che sporge internamente. (fig. 1, fig. 2).

In corrispondenza degl'infossamenti sia il connettivo pericordale che lo strato epitelomorfo della corda sono più ricchi di cellule.

In seguito, quando già si sono formate le vere vertebre a doppio cono, la pressione interna dei vacuoli cordali dovuta all'attiva proliferazione che si manifesta nelle regioni intervertebrali della corda, spinge questo cercine verso l'esterno insieme all'elastica fino a farlo estroflettere e aderire al ligamento connettivale (Kölliker) intervertebrale (fig. 3).

Gl' infossamenti descritti ed i relativi protocentrocicli appaiono, come si è detto, prima alla regione caudale, e in piccolo numero si riscontrano già in animali molto giovani che ancora non hanno cominciato a trasformarsi; questo numero dapprima quasi stazionario aumenta rapidamente fino a interessare tutta la corda quando comincia l'accorciamento dell'animale.

Fig. 3.

Tessuto della corda. — Un fatto sommamente caratteristico già osservato dallo Schauinsland (1) è la presenza di grandi vacuoli che si susseguono l'uno all'altro come gl'internodi di una cannuccia. Le loro modificazioni successive, per es. nel Conger, sono le seguenti: visti in sezioni sagittali in uno stadio più giovane hanno forma di rettangolo con il lato minore nel senso longitudinale; allungandosi l'animale, questo rettangolo passa ad una forma quadrata e quindi ellissoidale effetto di pressioni che entrano in giuoco con la formazione di nuovi piccoli vacuoli periferici.

La proliferazione di questi piccoli vacuoli s'inizia nella zona anulare limite fra i grandi vacuoli, i quali occupano dapprima tutto il tubo formato dalla membrana cordale.

Quivi si forma dapprima una catenella di piccoli vacuoli, per cui in sezione si osserva, in corrispondenza agli spigoli dei quadrati o rettangoli rappresentanti i grandi vacuoli, un piccolissimo vacuolo.

(1) Schauinsland H., *Die Entwickelung der Wirbelsäule nebst Rippen und Brustbein.* In: Handbuch Vergl. Exp. Entwick. d. Wirbeltiere v. O. Hertwig. Jena, 1906.

A questa catenella se ne aggiungono poi altre due laterali, e così via via la zona di proliferazione si estende lateralmente fino a incontrarsi con la successiva, e la massa dei vacuoli così formati approfondandosi esercita una pressione sui grandi vacuoli che assumono forma più o meno ellissoidale e vengono successivamente a perdere la loro contiguità con la parete del tubo cordale ed a trovarsi nel mezzo del tessuto della corda, dove scompariscono solo nell'animale definitivo, quando si forma il cordoncino protoplasmatico assiale.

La vacuolizzazione della corda nelle regioni caudali, mediana e cefalica, presenta notevoli differenze che verranno esposte in un lavoro più esteso.

Quanto al numero dei grandi vacuoli, nel grongo si avvicina sensibilmente a due nella regione mediana e si fa un po' maggiore verso il capo e verso la coda.

Scheletro gelatinoso. — La corda si trova sospesa in mezzo ad un tessuto mesenchimatico, che venne da Grassi denominato scheletro gelatinoso.

Dapprima (in stadi giovanissimi) esso è indifferenziato, poi si differenzia in una parte assiale più compatta, come un astuccio, che circonda e protegge la corda e in un'altra più gelatinosa, che riempie quasi tutta la cavità del sacco muscolo-cutaneo.

Non vi sono divisioni segmentali, salvo che nella prima le cellule mesenchimatose si riuniscono a formare gli abbozzi degli archi.

La struttura di questi due scheletri che denomineremo *Jaloscheletro compatto* e *Jaloscheletro gelatinoso proprio* è molto complicata. Vi si notano numerosissime fibrille, le quali in quest'ultimo sono disposte in senso orizzontale (1), mentre nel primo si proiettano radialmente tutt'attorno dell'astuccio.

L'animale nella sua metamorfosi a individuo definitivo assorbe tutto questo tessuto, il quale scompare prima dorsalmente alla corda (parlo della regione del tronco) ove le pareti del sacco muscolo-cutaneo si avvicinano fino a fondersi insieme ,mentre ventralmente alla corda, là dove avviene l'invasione dei visceri, persiste ridottissimo, per un tempo un po' più lungo.

Infine accennerò in via generale alla presenza di straterelli molto complicati che vi trovano nell'angusta lacuna compresa tra la muscolatura e lo jaloscheletro.

Ho creduto opportuno di limitarmi ad esporre in questa breve Nota soltanto alcuni dei fatti osservati senza entrare nelle considerazioni di ordine più generale, che ne possano derivare.

Accennerò qui soltanto alla relazione che ho potuto stabilire fra l'accorciarsi dell'animale e le modificazioni anatomiche della corda durante la formazione dei protocentrocicli.

(1) Nell'Anguilla le fibrille hanno in certe regioni una disposizione speciale che non si riscontra nel grongo.

A questo fine ho costrutto prima una grafica dell'accrescimento dei leptocefali del *Conger vulgaris*.

Com'è noto questi leptocefali quando hanno raggiunto una certa lunghezza si accorciano enormemente prima di trasformarsi nella forma definitiva.

Per misura dello stadio ho preso il rapporto fra la lunghezza totale e quella ano-caudale, due grandezze che variano in modo diverso essendo l'accorciamento del tubo intestinale maggiore di quello della lunghezza totale dell'animale.

Gl'individui misurati furono 115, la grafica ottenuta è la seguente:

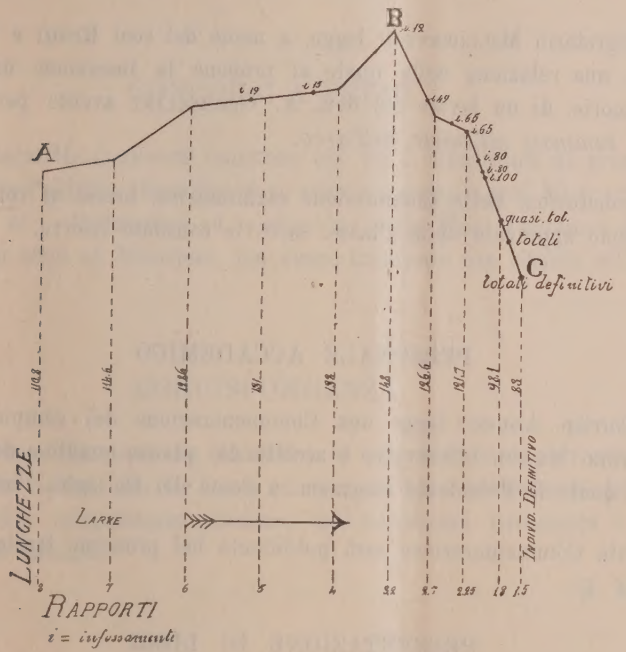

Fig. 4.

Osservando poi il comportarsi dei protocentrocicli e infossamenti nei varî stadii ho riscontrato che al ramo discendente della grafica corrisponde appunto il rapido aumento nel numero dei medesimi andando dalla regione caudale della corda fino al capo.

In altre parole l'accorciamento dell'animale per quel che riguarda la corda avviene tutto a spese delle regioni intervertebrali non calcificate della membrana cordale la quale s'infossa, s'accorcia e si contrae, annullando così quasi completamente la distanza che separa protocentrociclo da protocentrociclo, e vertebra da vertebra.

MEMORIE
DA SOTTOPORSI AL GIUDIZIO DI COMMISSIONI

G. Ponte. *Studi sull'eruzione etnea del 1910.* Pres. dal Socio Strüver.

RELAZIONI DI COMMISSIONI

Il Segretario Millosevich legge, a nome dei soci Righi e Battelli (relatore), una relazione colla quale si propone la inserzione nei volumi delle Memorie, di un lavoro del dott. A. Occhialini avente per titolo: *I fenomeni luminosi all'inizio dell'arco.*

Le conclusioni della Commissione esaminatrice, messe ai voti dal Presidente, sono approvate dalla Classe, salvo le consuete riserve.

PERSONALE ACCADEMICO

Il Corrisp. Aducco legge una Commemorazione del compianto Socio sen. Angelo Mosso, lettura che è accolta dal plauso unanime della Classe e per la quale il Presidente ringrazia, a nome dei Colleghi, l'oratore.

Questa Commemorazione sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

PRESENTAZIONE DI LIBRI

Il Segretario Millosevich presenta le pubblicazioni giunte in dono, segnalando quelle inviate dai Soci Lorenzoni, Silvestri, Lacroix; e dai signori Antoniazzi, Aggazzotti e Pagliani. Presenta inoltre un volume pubblicato in onore del Socio prof. Koerner in occasione del 50° anniversario della sua laurea, col titolo: *La determinazione del luogo chimico nei composti così detti aromatici*; tre volumi contenenti gli Atti della Commissione d'inchiesta per le industrie bacologica e serica; e l'opera: *La temperatura d'Italia* del dott. Eredia, facendone particolare menzione.

Il Corrisp. Reina presenta all'Accademia la riproduzione, assai bene eseguita sotto la sua direzione dall'Istituto Geografico Militare di Firenze,

del rilievo planimetrico e altimetrico della *Media Pars Urbis* compiuto dagli allievi della Scuola d'applicazione per gl'ingegneri di Roma, colla guida dei professori Barbieri e Cassinis. Si tratta di un grande album con 16 tavole, nelle quali i monumenti trovansi riprodotti nel rapporto di 1 a 500.

Il Corrisp. Rivoira fa i più grandi elogi di questa pubblicazione che ha una grande importanza per la topografia antica, specialmente a causa della estrema precisione colla quale i rilievi dei monumenti vennero eseguiti; e conclude col dire che l'opera del prof. Reina e dei suoi collaboratori torna ad onore non soltanto della scienza ma anche del nostro paese.

CONCORSI A PREMI

Il Segretario Millosevich comunica che tra i concorrenti ai premi del Ministero della Pubblica Istruzione deve esser compreso il prof. Muscatello, il cui lavoro ms. « Endemismi ed esodemismi della Flora Italiana » fu inviato in tempo utile al Ministero, ma venne trasmesso con ritardo all'Accademia.

CORRISPONDENZA

Il Segretario Millosevich comunica le congratulazioni pervenute all'Accademia dei Lincei, per la fausta circostanza della celebrazione del cinquantenario della indipendenza italiana, dall'Accademia Britannica e dall'Università di Londra.

E. M.